COLEGIUL NATIONAL “AL. I. CUZA”

Model subiect clasa a IX-a

1.

Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi punctele E şi F astfel încât $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{DF}=2\overline{FE}$. Să se demonstreze că punctele A, F şi C sunt coliniare.

2.

Fie hexagonul regulat $ABCDEF$ de latură 4 . Să se calculeze modulul vectorului $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$.

3.

Pe laturile AB şi AC ale triunghiului ABC se consideră punctele M, respectiv N astfel încât $\overline{AM}=4\overline{MB}$ şi $MN \parallel BC$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $\overline{CN}=m\overline{AC}$.

4.

Să se determine numărul natural x pentru care $1+3+5+\ldots+x=225$.

5.

Să se calculeze suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_4-a_2=4$ şi $a_1+a_3+a_5+a_6=30$.

6.

Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}=\dfrac{7}{6}$.

Nota:
Timp de lucru 90 minute;
Fiecare subiect 15 puncte;
Se acorda 10 puncte din oficiu.

Model subiect clasa a X-a

1.

Să se calculeze $z+\frac{1}{z}$ pentru $z=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.

2.

Să se arate că numărul $(1-i)^{24}$ este real.

3.

Să se determine inversa funcției bijective $f:\mathbb{R}\to(1,\infty)$, $f(x)=e^x+1$.

4.

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x+\log_4 x+\log_8 x=\frac{11}{6}$.

5.

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x-10\cdot 3^{x-1}+1=0$.

6.

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1$.

Nota:
Timp de lucru 90 minute;
Fiecare subiect 15 puncte;
Se acorda 10 puncte din oficiu.

Model subiect clasa a XI-a M2

1.

Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{3x^2-4x+1}$.

2.

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} ax-6, & x<4 \\ \sqrt{x}, & x\geq 4 \end{cases}$, unde a este parametru real.

) Să se determine valoarea reală a lui a astfel încât funcția f să fie continuă în punctul $x_0=4$.

3.

Se consideră matricele $M_a=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a\in\mathbb{R}$.

a) Să se calculeze $\det(M_1+M_2)$.

b) Să se calculeze M_a^2, unde $M_a^2=M_a\cdot M_a$.

c) Să se determine matricele $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M_aX=XM_a$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$.

Nota:
Timp de lucru 90 minute;
Subiectul 1. 20puncte
Subiectul 2. 25puncte
Subiectul 3. 45puncte;
Se acorda 10 puncte din oficiu.

COLEGIUL NATIONAL “AL. I. CUZA”

Model subiect clasa a XI-a M1

1.

Se consideră şirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ dat de $a_1 \in (0,1)$ şi $a_{n+1} = a_n\left(1-\sqrt{a_n}\right)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

a) Să se arate că $a_n \in (0,1)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

b) Să se demonstreze că şirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ este strict descrescător.

2.

. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$,

$B = I_3 + A$, $C = I_3 + aA$, cu $a \in \mathbb{R}$.

a) Să se calculeze $S = A - XY$.

b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $BC = I_3$.

c) Să se arate că $A^{n+1} = 14A^n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Nota:
Timp de lucru 90 minute;
Fiecare subiect 45 puncte;
Se acorda 10 puncte din oficiu.