OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală-16.02.2019
Clasa a XII-a
Bareme de corectare şi de notare

1. a) $(G,*)$ este grup abelian 4p

b) $f: G \to (0;\ \infty)$, $f(x) = \frac{a-x}{x-b}$ este izomorfism de grupuri $\Leftrightarrow (a,b) \in \{(1,3),(3,1)\}$

Verificare 2p

c) $(G,*)$ si $(\mathbb{R},+)$ sunt izomorfe

$(G,*)$ si $(\mathbb{R}^*,\ \cdot)$ nu sunt izomorfe 1p

Justificare

2. $x = x^6 = (-x)^6 = -x \Rightarrow x + x = 0, \forall\, x \in A$ 2p

$$1 + x = (1+x)^6 = 1 + x^2 + x^4 + x^6 = 1 + x^2 + x^4 + x \Rightarrow x^2 + x^4 = 0 \Rightarrow$$

$x^4 = -x^2 = x^2$, $\forall\, x \in A$ 3p

Deci $x = x^6 = x^2 \cdot x^4 = x^2 \cdot x^2 = x^4 = x^2$, $\forall\, x \in A$ 2p

3. $[e^{2x} f(x)]' = 3xe^{2x} \Longrightarrow$ 3p

$e^{2x} f(x) = \frac{3}{2} e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + k, k \in \mathbb{R} \Longrightarrow$ 3p

$f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) + ke^{-2x}$ 1p

4. f: $[0;\pi] \longrightarrow \mathbb{R}$, f(x) $= \arcsin(sinx) = \begin{cases} x & ; x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \\ \pi - x; & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right] \end{cases}$ 2p

$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + c_1 & ; x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \\ \pi x - \frac{x^2}{2} + c_2; & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right] \end{cases}$ 2p

Din condiția de continuitate a lui F , fie $c_1 = \frac{\pi^2}{4}$, $c_2 = 0$ 2p

$\int \arcsin(sinx)\, dx = F(x) + C$ 1p