



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală-16.02.2019

Clasa a XII-a

1. Fie mulțimea $G = (1; 3)$ și legea de compoziție $x * y = \frac{2xy-3x-3y+6}{xy-2x-2y+5}$, oricare ar fi $x, y \in G$.
 - a) Arătați că $(G, *)$ este grup abelian.
 - b) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât între grupurile $(G, *)$ și (\mathbb{R}_+, \cdot) să existe un izomorfism de forma $f: G \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \frac{a-x}{x-b}$.
 - c) Stabiliți dacă $(G, *)$ este izomorf cu grupul $(\mathbb{R}, +)$. Dar cu (\mathbb{R}^*, \cdot) ? Argumentați!
2. Fie $(A, +, \cdot)$ un inel cu proprietatea $x^6 = x$, $\forall x \in A$.
Demonstrați că $x^2 = x$, $\forall x \in A$.
3. Determinați funcțiile derivabile $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, cu proprietatea că
$$f'(x) + 2f(x) = 3x, (\forall)x > 0$$
G.M. – supliment cu exerciții
4. Calculați $\int \arcsin(\sin x) dx$; $x \in [0; \pi]$

Propunători : prof. Tiberiu Oprea- C.N. "Al.I.Cuza" Focșani
prof. Mirela Pîrvu- Sc. "Anghel Saligny" Focșani

NOTĂ: Timp de lucru : 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.