OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală-*16.02.2019*

Clasa a IX-a

1. i) Să se rezolve ecuaţia $\left[\frac{2x+1}{3}\right] = \frac{3x+1}{2}$, pentru $x \in$ **R,** unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a.

   ii) Să se arate că oricare ar fi numerele naturale nenule p şi n, există $a,b \in \mathbf{Z}^*$ astfel încât $|a| \geq 10^p$, $|b| \geq 10^p$ şi $|a + b\sqrt{2}| \leq \frac{1}{10^n}$.

2. i) Dacă a,b sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - x - 1 = 0$, să se calculeze $a^5 + b^5$.

   ii) Să se arate că $8^n + 42n - 50$ se divide cu 49, oricare ar fi numărul natural n.

3. Să se arate că numerele $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, în această ordine, nu pot fi termeni oarecare într-o progresie geometrică.

(Enunt prelucrat din G.M.)

4. Fie paralelogramul ABCD şi punctele R $\in$ (CD), T $\in$ (BD) astfel încât

RD = 2 RC si 3TD= 2 TB. Să se arate că:

i) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DR}$;

ii) punctele A, T, R sunt coliniare.

Propunători:
prof. Pătraşcu Enache – C. N. Unirea - Focşani
prof.Bucur Mioara– C.E. “Mihail Kogălniceanu “- Focşani